

香港電腦奧林匹克競賽 2024/25 高級組

題目總覽

編號	名稱	執行時間限制	記憶體限制	子任務
S251	命運之路	1.000 s	256 MB	7 + 9 + 13 + 27 + 20 + 24
S252	數位拼圖	2.000 s	256 MB	4 + 4 + 8 + 25 + 18 + 15 + 26
S253	千里之外	1.500 s	256 MB	5 + 10 + 13 + 23 + 6 + 30 + 13
S254	地震的斷層線	1.000 s	256 MB	7 + 11 + 9 + 40 + 29 + 4

注意:

除非特別注明，否則輸入輸出將依照以下格式:

- 同一行中，數字與數字或字元之間需有一個空格。
- 同一行中，字元與字元之間並無空格。
- 每個字串需放在獨立的行。
- 輸出將自動被修正如下：每行最尾的連續的空格會被刪除，及在輸出最後補上換行符(如沒有)。其他格式問題則不會修正。

C++ 使用者請注意 `cin` / `cout` 可能導致輸入輸出樽頸使程式執行變慢。

有些題目可能需要使用 64 位元整數。在 C++ 中它是 `long long` 而其 `scanf`/`printf` 代號是 `%lld`。

所有題目均有細分多個子任務，你需要通過該子任務中的所有測試數據才能得到分數。

S251 - 命運之路

執行時間限制: 1.000 s / 記憶體限制: 256 MB

愛麗絲非常喜歡玩遊戲！有一天，她發現了一個新遊戲叫做“命運之路”，並開始玩了起來。

遊戲開始時，玩家會獲得 R 張紅卡、 B 張藍卡和無限數量的代幣。在遊戲中，玩家會面臨 Q 個決策，每個決策有兩個相同或不同類型的選項 供玩家選擇。當選擇一個選項時，玩家必須執行該選項所指定的動作。遊戲中有三種不同的選項類型：

- 類型 $\boxed{R}$ ：如果選擇此選項，玩家必須棄掉一張紅卡。
- 類型 $\boxed{B}$ ：如果選擇此選項，玩家必須棄掉一張藍卡。
- 類型 $\boxed{T}$ ：此類選項都會附帶一個額外參數 x 。如果選擇此選項，玩家必須支付 x 個代幣。

如果玩家的某種顏色的卡片用完了，那麼該類型的選項將被視為無效，在餘下的決策中無法選擇。如果一個決策的兩個選項都無效，玩家將立刻輸掉遊戲。為了防止遊戲變成純粹的運氣遊戲，玩家會在開始時得知所有 Q 個決策的選項，以便提前製定策略。

作為一名競技編程愛好者，愛麗絲不禁想知道：給定她將獲得的卡牌和所有決策的選項，她是否能勝出？如果能，她至少需要支付多少代幣？請幫助忙於玩遊戲的愛麗絲找出答案！

輸入

第一行包含兩個整數 R 和 B ，分別表示愛麗絲最初獲得的紅卡和藍卡的數量。

第二行包含一個整數 Q ，表示愛麗絲需要做出的決策數量。

接下來的 Q 行中的第 i 行包含兩個字符串，表示第 i 個決策中的兩個選項。選項的格式如下：

- $\boxed{R}$ ：該選項為類型 $\boxed{R}$
- $\boxed{B}$ ：該選項為類型 $\boxed{B}$
- $\boxed{T-x}$ ：該選項為類型 $\boxed{T}$ ，其參數為 x

輸出

如果無論愛麗絲如何選擇選項都無法贏得遊戲，輸出 $\boxed{-1}$ 。

否則，輸出愛麗絲為了獲勝所需支付的最少代幣數量。

樣例

輸入 輸出

1	1 3	10
	4	
	R T-10	
	B R	
	B R	
	T-100 R	

愛麗絲可以選擇以下方式選擇選項：

- 決策 1：選擇第二個選項，支付 10 個代幣。
- 決策 2：選擇第一個選項，棄掉一張藍卡。愛麗絲剩下 2 張藍卡。
- 決策 3：選擇第一個選項，棄掉一張藍卡。愛麗絲剩下 1 張藍卡。
- 決策 4：選擇第二個選項，棄掉一張紅卡。愛麗絲用完了所有紅卡。

透過這個選擇方案，她可以贏得遊戲，同時支付 10 個代幣。我們可以證明這是她為了贏得遊戲必須支付的最小代幣數量。

2	1 3	110
	4	
	R T-10	
	R R	
	B R	
	T-100 R	

愛麗絲可以選擇以下方式選擇選項：

- 決策 1：選擇第二個選項，支付 10 個代幣。
- 決策 2：選擇第二個選項，棄掉一張紅卡。
因為愛麗絲用完了所有紅卡，她在餘下的決策中不能再選擇類型 **R** 的選項。
- 決策 3：因為愛麗絲用完了所有的紅卡，她必須選擇第一個選項，棄掉一張藍卡。愛麗絲剩下 2 張藍卡。
- 決策 4：因為愛麗絲用完了所有的紅卡，她必須選擇第一個選項，支付 100 個代幣。

透過這個選擇方案，她可以贏得遊戲，同時支付 110 個代幣。我們可以證明這是她為了贏得遊戲必須支付的最小代幣數量。

3	1 1	-1
	4	
	R R	
	B B	
	B R	
	R B	

子任務

對於所有數據:

$$0 \leq R, B \leq 10^5$$

$$1 \leq Q \leq 10^5$$

所有選項皆為類型 $\boxed{T}$ 、類型 $\boxed{R}$ 或類型 $\boxed{B}$

對於所有類型 $\boxed{T}$ 選項， $0 \leq x \leq 10^4$

	佔分	約束條件
1	7	$Q = 1$ 所有選項皆為類型 $\boxed{T}$
2	9	$Q = 1$ 所有選項皆為類型 $\boxed{T}$ 或類型 $\boxed{R}$
3	13	所有選項皆為類型 $\boxed{T}$
4	27	所有選項皆為類型 $\boxed{R}$ 或類型 $\boxed{B}$
5	20	所有選項皆為類型 $\boxed{T}$ 或類型 $\boxed{R}$
6	24	無額外約束

S252 - 數位拼圖

執行時間限制: 2.000 s / 記憶體限制: 256 MB

鮑伯喜歡解謎題，特別是數字謎題。今天，他遇到了一個數位拼圖，由 $N + 1$ 個空白格子和 N 個符號組成，如下所示：

	*		+		*		-		*		=	
--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

從左到右， N 個符號分別表示為 $S_1, S_2, \dots, S_N$ 。 $S_1, S_2, \dots, S_{N-1}$ 只包含 $\boxed{+}$ （加法）、 $\boxed{-}$ （減法）和 $\boxed{*}$ （乘法）的運算符，而 S_N 一定為 $\boxed{=}$ （等號）。鮑伯的目標是將單個數位填入每個空白格，使等式成立。

「這太簡單了！」鮑伯說。「我們可以將數位 $\boxed{0}$ 填入每個空白格！」

0	*	0	+	0	*	0	-	0	*	0	=	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

為了給自己增加一些挑戰，鮑伯想知道是否能僅使用數位 $\boxed{1}$ 到 $\boxed{9}$ （含）（即不使用數位 $\boxed{0}$ ）來找到謎題的解。

例如，下面顯示了上述謎題的一個解，因為 $3 \times 5 + 1 \times 7 - 2 \times 9 = 15 + 7 - 18 = 4$ ：

3	*	5	+	1	*	7	-	2	*	9	=	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

編寫一個程序來為他解決謎題。

輸入

輸入的第一行包含一個整數 N ，表示謎題中的符號數量。

輸入的第二行包含一個字符串 S ，由 N 個字符組成，其中 $S_1, S_2, \dots, S_N$ 是謎題中從左到右的符號。

保證無論如何將數位（從 $\boxed{0}$ 到 $\boxed{9}$ ）填入謎題，等號左側表達式的結果始終在 -10^9 和 10^9 （含）之間。

輸出

如果無法找到僅使用數位 $\boxed{1}$ 到 $\boxed{9}$ 的謎題解，輸出 `Impossible`。

否則，在第一行輸出 `Possible`。在第二行輸出 $N + 1$ 個從 $\boxed{1}$ 到 $\boxed{9}$ 的整數，作為謎題的解。你應該從左到右輸出填入謎題的數字。

如果有多個解，輸出任意一個。

樣例

	輸入	輸出
1	6 ***-*=	Possible 3 5 1 7 2 9 4
	這個樣例對應問題描述中的例子。	
2	6 ***-*=	Possible 2 3 1 2 2 3 2
3	12 +++++++++=	Impossible

子任務

對於所有數據:

$2 \leq N \leq 10^6$

$s_1, s_2, \dots, s_{N-1}$ 只由 $\boxed{+}$, $\boxed{-}$ 或 $\boxed{*}$ 組成

$s_N = \boxed{=}$

無論如何將數位（從 $\boxed{0}$ 到 $\boxed{9}$ ）填入謎題，等號左側表達式的結果始終在 -10^9 和 10^9 （含）之間

	佔分	約束條件
1	4	s 只由 $\boxed{+}$ 和 $\boxed{=}$ 組成
2	4	s 只由 $\boxed{-}$ 和 $\boxed{=}$ 組成
3	8	s 只由 $\boxed{+}$, $\boxed{*}$ 和 $\boxed{=}$ 組成
4	25	s 只由 $\boxed{+}$, $\boxed{-}$ 和 $\boxed{=}$ 組成
5	18	$s_1 = \boxed{*}$ $s_2 = s_3 = \dots = s_{N-1} = \boxed{-}$
6	15	$N \geq 3$ 存在 $1 \leq k < N - 1$ 使得: $s_1 = s_2 = \dots = s_k = \boxed{*}$ $s_{k+1} = s_{k+2} = \dots = s_{N-1} = \boxed{-}$
7	26	無額外約束

S253 - 千里之外

執行時間限制: 1.500 s / 記憶體限制: 256 MB

距離你離開位元組國，遠赴他鄉繼續高中學業已經三個月了。在一個寒冷的十二月天，你的同學們都與自己的摯友一起為期中考試複習，卻沒有人願意與你一起複習。於是，你決定打電話給遠在位元組國的好朋友愛麗絲，希望能夠組織一次線上複習會。然而，兩地之間的時區差異成了一個挑戰——你能夠克服它並成功實現目標嗎？

在這個世界裡，一天被分為 N 個時間區塊，編號從 0 到 $N - 1$ 。時間線是**循環**的，也就是說，明天的第 0 區塊緊接著當天的第 $N - 1$ 區塊。你所在的時區比愛麗絲所在的位元組國的時區**慢** d 個區塊（其中 $0 \leq d < N$ ）。具體來說，**在你的本地時區**，若當前時間是第 x 區塊（其中 $0 \leq x < N$ ），那麼在**位元組國**所對應的時間為第 $(x + d) \bmod N$ 區塊。

愛麗絲的每日行程，以及你的每日行程如下：

- 愛麗絲每天有 M_A 個活動，期間她無法參與複習會。第 i 個活動（ $1 \leq i \leq M_A$ ）從**位元組國時區**的第 $L_{1,i}$ 區塊到第 $R_{1,i}$ 區塊（含）。
- 你每天有 M_B 個活動，期間你無法參與複習會。第 i 個活動（ $1 \leq i \leq M_B$ ）從**你本地時區**的第 $L_{2,i}$ 區塊到第 $R_{2,i}$ 區塊（含）。轉換到**位元組國時區**後，該活動的區間為第 $(L_{2,i} + d) \bmod N$ 區塊到第 $(R_{2,i} + d) \bmod N$ 區塊。

每個活動的長度最多為 N 個區塊（1 天）。例如，當 $N = 10$ 時，一個從第 4 區塊到第 6 區塊的活動長度為 3 個區塊，而不是 13、23、……。

活動可能跨越午夜。例如，當 $N = 10$ 時，一個從第 8 區塊到第 1 區塊的活動包括區塊 8, 9, 0, 1。

你希望與愛麗絲組織一場**持續 K 個連續時間區塊**的線上複習會，**可以跨越午夜**，並確保你和愛麗絲在**整個期間都有空**。由於你很希望這次複習會能成功舉行，你願意取消**最多 T 個你自己的活動**來騰出時間。然而，愛麗絲的活動是**固定的且無法更改**。

現在有 Q 個假設性查詢，其中第 i 個查詢給定一個整數 D_i 。你必須回答：假設你的時區比位元組國**慢** $d = D_i$ 個區塊，是否能通過取消**最多 T 個你自己的活動**來安排一場持續 K 個連續時間區塊的複習會，使得你和愛麗絲在整個複習會期間都有空？

縱然身處千里之外，你仍孜孜以求，尋覓那行程相契的時光，透過共度學習緩解心中孤獨之情。

輸入

第一行輸入兩個整數 N 和 K 。

第二行輸入兩個整數 M_A 和 M_B 。

接下來的 M_A 行描述愛麗絲的活動。第 i 行（ $1 \leq i \leq M_A$ ）包含兩個整數 $L_{1,i}$ 和 $R_{1,i}$ ，描述第 i 個活動的區間。所有 M_A 個活動彼此之間不重疊。

接下來的 M_B 行描述你的活動。第 i 行（ $1 \leq i \leq M_B$ ）包含兩個整數 $L_{2,i}$ 和 $R_{2,i}$ ，描述第 i 個活動的區間。所有 M_B 個活動彼此之間不重疊。

接下來的一行輸入單個整數 T 。

接下來的一行輸入單個整數 Q 。

最後一行輸入 Q 個整數 $D_1, D_2, \dots, D_Q$ 。

輸出

輸出一個長度為 Q 的字符串。若對第 i 個查詢的答案為「是」，則第 i 個字符 ($1 \leq i \leq Q$) 應為 **1**；否則應為 **0**。

樣例

輸入 輸出

1	12 3 2 2 9 11 2 4 2 4 0 1 1 3 0 4 5	110
----------	--	----------------

在此樣例中，你希望安排一個持續 $K = 3$ 個連續時間區塊的複習會。你**最多**可以取消 $T = 1$ 項你自己的活動。在第一個查詢中， $D_1 = 0$ 。依照位元組國時間，你的活動分別發生在第 2, 3, 4 和第 0, 1 區塊。你可以在第 6 到第 8 區塊（以位元組國時間計算）舉行複習會。沒有活動被取消，因此該查詢的答案是「是」。

在第二個查詢中， $D_2 = 4$ 。依照位元組國時間，你的活動分別發生在第 6, 7, 8 和第 4, 5 區塊。如果你取消佔用第 6, 7, 8 區塊的活動，你可以在第 6 到第 8 區塊（以位元組國時間計算）舉行複習會。僅取消了 1 項活動，因此該查詢的答案是「是」。

在第三個查詢中， $D_3 = 5$ 。依照位元組國時間，你的活動分別發生在第 7, 8, 9 和第 5, 6 區塊。在最多取消 1 項活動的情況下，無法安排複習會。因此，該查詢的答案是「否」。

2	24 15 1 0 13 21 0 5 5 1 2 23 15	11111
----------	---	------------------

3	10 6 1 1 8 1 5 4 1 1 0	1
----------	---	--------------

注意，活動可能跨越午夜。

子任務

對於所有數據:

$$1 \leq K \leq N \leq 10^9$$

$$0 \leq M_A, M_B \leq 700$$

$$\text{對於 } 1 \leq i \leq M_A, 0 \leq L_{1,i}, R_{1,i} < N$$

$$\text{對於 } 1 \leq i \leq M_B, 0 \leq L_{2,i}, R_{2,i} < N$$

所有 M_A 個愛麗絲的活動互不重疊

所有 M_B 個你的活動互不重疊

$$0 \leq T \leq M_B$$

$$1 \leq Q \leq 5 \times 10^5$$

$$\text{對於 } 1 \leq i \leq Q, 0 \leq D_i < N$$

估分 約束條件

1	5	$T = 0$
		$N \leq 50$
		$M_A = 1$
		$M_B = 0$
		$L_{1,1} \leq R_{1,1}$
		$Q \leq 50$

2	10	$T = 0$
		$N \leq 50$
		$M_A, M_B \leq 50$
		$Q \leq 50$

3	13	$T = 0$
		$M_B = 0$

4	23	$T = 0$
		$Q \leq 2000$
		$K = 1$

5	6	$T = 0$
		$Q \leq 2000$

6	30	$T = 0$
----------	-----------	---------

7	13	無額外約束
----------	-----------	-------

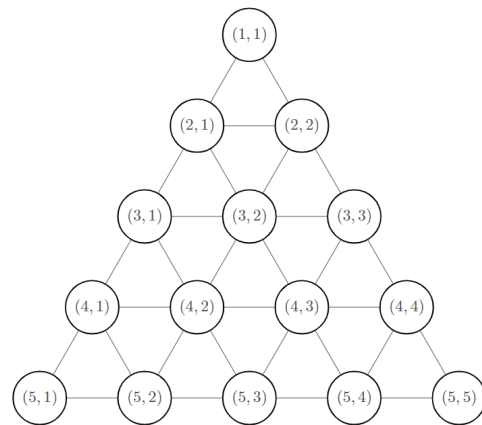
S254 - 地震的斷層線

執行時間限制: 1.000 s / 記憶體限制: 256 MB

有鑒於位元組國特殊（「奇怪」）的地形結構，那裏經常發生地震。

位元組國的結構類似於一個 N 行的三角形網格。行以 1 至 N 從上到下表示，所以頂端的第一行是第 1 行，而底端的第一行是第 N 行。第 i 行有剛好 i 個城市，以 1 至 i 從左至右表示。我們以 (r, c) 表示第 r 行中的第 c 個城市。

有一些城市對以雙向道路連接。對於每個不位於最後一行的城市 (r, c) ($1 \leq c \leq r < N$)，該城市與 $(r+1, c)$ 和 $(r+1, c+1)$ 兩個城市連接。另外，對於每個不是該行最後一個城市的城市 (r, c) ($1 \leq c < r \leq N$)，該城市與城市 $(r, c+1)$ 連接。右圖顯示 $N=5$ 時位元組國的地圖。



(當 $N=5$ 時位元組國的地圖)

我們定義城市 (r_1, c_1) 至另一個城市 (r_2, c_2) 的距離為從 (r_1, c_1) 到 (r_2, c_2) 最少需要經過的道路數。例如，當 $N=5$ ，城市 $(4, 1)$ 和城市 $(2, 2)$ 之間的距離為 3，因為可以經過路徑 $(4, 1) \rightarrow (4, 2) \rightarrow (3, 2) \rightarrow (2, 2)$ 。

現在，有一個地震發生了！地震隨著一個斷層線發生，斷層線為一個路徑 $(R_1, C_1) \rightarrow (R_2, C_2) \rightarrow \dots \rightarrow (R_K, C_K)$ ，當中 $1 \leq K \leq N$ 。你不知道 R, C 和 K 。對於所有 $1 \leq i < K$ ，必須有一條道路連接 (R_i, C_i) 和 (R_{i+1}, C_{i+1}) 。斷層線不會不必要地扭曲，即斷層線必須通過 (R_1, C_1) 和 (R_K, C_K) 間的一個最短路徑。正式地， (R_1, C_1) 和 (R_K, C_K) 間的距離必須是 $K-1$ 。

雖然你沒有地震的斷層線的任何資訊，你在 M 個不同城市內安裝了感應器。第 i 個感應器安裝在城市 (X_i, Y_i) ，以測量該城市在地震中的破壞。一個城市的破壞定義為該城市到斷層線上任意一個城市的最短距離。已知第 i 個感應器的讀數為 D_i 。

給定 M 個感應器的位置及讀數，你現在需要復原一個可能的地震斷層線，並與所有給定信息一致。保證存在一個解法。

輸入

輸入的第一行包含兩個整數 N 和 M ，位元組國地圖的三角形網格的行數，和安裝感應器的數量。

接下來 M 行各包含三個整數 X_i, Y_i 和 D_i ，表示城市 (X_i, Y_i) 的破壞為 D_i 。每個城市只有最多一個感應器。

輸出

在第一行輸出一個整數 K ，當中 $1 \leq K \leq N$ ，斷層線上的城市數。

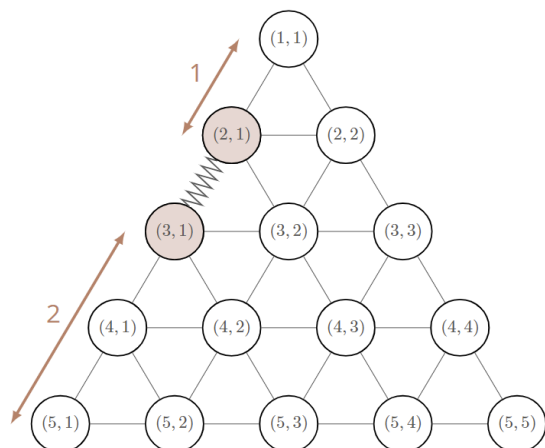
接下來，輸出多 K 行。第 i 行應包含兩個整數 R_i 和 C_i ，斷層線上的第 i 個城市。

如果有多個 K, R 或 C 不相同的解法，輸出任意一個。

樣例

	輸入	輸出									
1	<table><tr><td>5</td><td>2</td></tr><tr><td>5</td><td>1 2</td></tr><tr><td>1</td><td>1 1</td></tr></table>	5	2	5	1 2	1	1 1	<table><tr><td>2</td></tr><tr><td>3 1</td></tr><tr><td>2 1</td></tr></table>	2	3 1	2 1
5	2										
5	1 2										
1	1 1										
2											
3 1											
2 1											

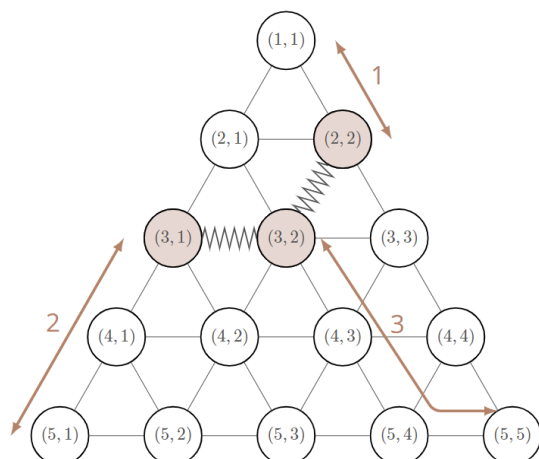
下圖顯示樣例輸出的斷層線：



在城市 $(5,1)$ 開始，在斷層線上最近的城市為 $(3,1)$ 。因為兩城市之間的距離為 2，城市 $(5,1)$ 的破壞為 2。
 在城市 $(1,1)$ 開始，在斷層線上最近的城市為 $(2,1)$ 。因為兩城市之間的距離為 1，城市 $(1,1)$ 的破壞為 1。
 注意：存在其他可以接受的解法。

2	5 3	3
	1 1 1	3 1
	5 1 2	3 2
	5 5 3	2 2

下圖顯示樣例輸出的斷層線：



在城市 $(1,1)$ 開始，在斷層線上最近的城市為 $(2,2)$ 。城市 $(1,1)$ 的破壞為 1。
 在城市 $(5,1)$ 開始，在斷層線上最近的城市為 $(3,1)$ 。城市 $(5,1)$ 的破壞為 2。
 在城市 $(5,5)$ 開始，在斷層線上最近的城市為 $(3,2)$ 。城市 $(5,5)$ 的破壞為 3。
 但是，斷層線 $(3,1) \rightarrow (2,1) \rightarrow (3,2)$ 是不合法的。城市 $(3,1)$ 和 $(3,2)$ 間的距離為 1，但斷層線的長度為 2。

子任務

對於所有數據:

$$3 \leq N \leq 10^5$$

$$1 \leq M \leq 10^5$$

$$\text{對於 } 1 \leq i \leq M, 1 \leq Y_i \leq X_i \leq N$$

$$\text{對於 } 1 \leq i \leq M, 0 \leq D_i < N$$

$$\text{對於 } 1 \leq i < j \leq M, (X_i, Y_i) \neq (X_j, Y_j)$$

	佔分	約束條件
1	7	$N \leq 100$ $M \geq 2$ 對於 $1 \leq i \leq M, D_i = 0$ $X_1 = 1$ $X_2 = N$
2	11	$N \leq 100$ $M \geq 2$ 對於 $1 \leq i \leq M, D_i = 0$
3	9	$N \leq 100$ $M = 1$
4	40	$M \geq 2$ $X_1 = 1, D_1 = 0$ $X_2 = N, D_2 = 0$
5	29	對於 $1 \leq i \leq M, D_i = 1$ 對於 $1 \leq i \leq M, 1 < Y_i < X_i < N$
6	4	無額外約束