

下列程序段中，所有未有列出宣告 (declaration) 的變量，均假設已經適當地宣告；而整數 (integer/int) 及長整數 (longint/long) 則分別為 16 位元及 32 位元有符號的整數。假設所有程序都正確地編譯，且沒有使用任何編譯器選項 (除 C 程序的"-o"選擇外)。

### 符號

對於任何實數  $x$ ，

- (1)  $\lfloor x \rfloor$  表示不大於  $x$  的最大整數；
- (2)  $\lceil x \rceil$  表示不小於  $x$  的最小整數；
- (3)  $|x|$  表示  $x$  的絕對值。

對於非負整數  $n$ ，它的階乘  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ ；且  $0! = 1$ 。

### 真值表

a	b	a XOR b	a XNOR b
F	F	F	T
F	T	T	F
T	F	T	F
T	T	F	T

### 甲部 (25 分)

請為下列每題各選一個最適合的答案，然後把答案的字母 (A、B、C 或 D) 寫到答題紙對應的空格中。答對得一分，答錯不扣分。

1. 現有一個  $N \times N$  的棋盤。開始時其中一格為藍色而其他格子全部白色。現在小詩想用一枝藍筆為一些格子塗色，使得沒有相鄰的格子是同一顏色的。而且，已知那唯一的藍格子與棋盤左上角的格子沒有公共邊。使用以下哪種/哪些方法必定達到以上條件？
  - (i) 先為棋盤左上角的格子塗色，然後藍白相間地往右為格子(如有)塗色。接著，對於每一列，重複為最上的格子 X(如有)塗色，當中 X 的上方為一白格子。
  - (ii) 選一個藍格子，為所有與該藍格子有公共角的白格子(如有)塗色。重複此步驟直至不能為任何格子塗色。
  - A. 只有 (i)
  - B. 只有 (ii)
  - C. (i) 和 (ii)
  - D. 以上皆否
  
2. 最少需要多少次握手才能讓 100 個人都握手至少一次？
  - A. 5050
  - B. 4950
  - C. 100
  - D. 50
  
3. 兩點  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的歐氏距離為  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ 。  
 兩點  $(x_1, y_1)$  與  $(x_2, y_2)$  的曼哈頓距離為  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

以下哪項/哪些有關這兩種距離敘述一定正確？

- (i) 對於一個三角形  $ABC$ ， $A$  與  $B$  的歐氏距離加上  $B$  與  $C$  的歐氏距離，得出的和大於  $A$  與  $C$  的歐氏距離。
- (ii) 對於一個三角形  $ABC$ ， $A$  與  $B$  的曼哈頓距離加上  $B$  與  $C$  的曼哈頓距離，得出的和大於  $A$  與  $C$  的曼哈頓距離。  
(假設  $A, B$  與  $C$  並不在同一條直線上。)

- A. 只有 (i)  
 B. 只有 (ii)  
 C. (i) 和 (ii)  
 D. 以上皆否

4. 下列程序的輸出是甚麼？

**Pascal 版本**

```
var
i,j:integer;
  a:array[1..16] of boolean;
begin
  for i:=1 to 16 do a[i]:=false;
  for i:=1 to 16 do
  begin
    j:=i;
    while j<=16 do
    begin
      a[j]:=a[j] xor true;
      j:=j+i;
    end;
  end;
  writeln(a[8], ' ', a[16]);
end.
```

- A. TRUE TRUE  
 B. TRUE FALSE  
 C. FALSE TRUE  
 D. FALSE FALSE

**C 版本**

```
#include <stdio.h>
int i,j,a[17];
int main(){
  for (i=1;i<=16;i++) a[i]=0;
  for (i=1;i<=16;i++){
    j=i;
    while (j<=16){
      a[j]^1;
      j=j+i;
    }
  }
  printf("%d %d\n",a[8],a[16]);
}
```

- A. 11  
 B. 10  
 C. 01  
 D. 00

5. 細閱下列兩段程序段：

(i)

**Pascal 版本**

```
procedure f(x,y:integer);
var
  tmp:integer;
begin
  if x<y then
  begin
    tmp:=a[x];
    a[x]:=a[y];
    a[y]:=tmp;
    f(x+1,y-1);
  end;
end;
```

**C 版本**

```
void f(int x,int y){
  int tmp;
  if (x<y){
    tmp=a[x];
    a[x]=a[y];
    a[y]=tmp;
    f(x+1,y-1);
  }
}
```

(ii)

**Pascal 版本**

```

procedure f(x,y:integer);
var
    i,tmp:integer;
begin
    for i:=x to y do
    begin
        tmp:=a[i];
        a[i]:=a[y-i+x];
        a[y-i+x]:=tmp;
    end;
end;

```

**C 版本**

```

void f(int x,int y){
    int i,tmp;
    for (i=x;i<=y;i++){
        tmp=a[i];
        a[i]:=a[y-i+x];
        a[y-i+x]:=tmp;
    }
}

```

以上哪段程序段能正確地掉轉  $a[x]$  至  $a[y]$  的次序(包括  $a[x]$  和  $a[y]$ )?  
(假設沒有棧溢出的問題)

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. (i) 和 (ii)
- D. 以上皆否

6. 小詩和小明在玩一個遊戲。地上有  $N$  顆石子，他們輪流取石子，每次取走至少一顆最多 10 顆石子，小詩會先取石子，誰人取走最後一顆石子就勝出。

$N$  要等於下列哪個/哪些數值才能讓小詩有機會獲勝？

(假設小詩和小明都很聰明，都會用最佳的策略去爭取勝利)

- (i) 30
- (ii) 264
- (iii) 1027

- A. 只有 (i) 和 (ii)
- B. 只有 (i) 和 (iii)
- C. 只有 (ii) 和 (iii)
- D. 以上皆是

7. 現有一種數據結構叫「抽屜」，它的操作如下：

1. **Put(x)**: 放整數  $x$  進「抽屜」。
2. **Extract()**: 傳回「抽屜」中最大和最細的數字，並移除它們。

只用「抽屜」的操作，下列哪項/哪些一定能完成？

- (i) 找出  $N$  個整數的中位數。
- (ii) 把  $N$  個整數以遞增方式排序。

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. (i) 和 (ii)
- D. 以上皆否

8. 1 至 20 中，有多少對質數之和能被 4 整除？

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13

9. 設  $\text{Rand}(2)$  會傳回 0 或 1，而傳回 0 或 1 的機率均等。

**Pascal 版本**

```
x := Rand(2);
y := Rand(2);
writeln(x-y);
```

**C 版本**

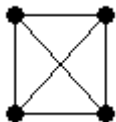
```
x = Rand(2);
y = Rand(2);
printf("%d\n", x-y);
```

下列哪項/哪些敘述必為**正確**？

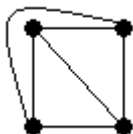
- (i) 輸出是 0。
- (ii) 輸出共有 3 個可能性。
- (iii) 所有輸出的可能性都以均等機率出現。

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. 只有 (ii) 和 (iii)
- D. 以上皆否

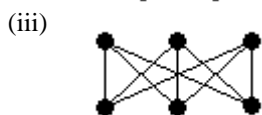
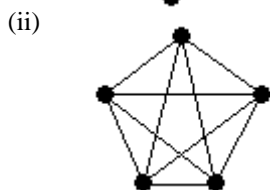
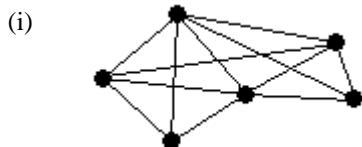
10. 如果一個圖能夠畫在平面上而沒有相交的邊，我們會稱該圖為一個平面圖。下圖就是平面圖的一個例子。



這是因為此圖可以轉化成以下的圖，而各點之間的連接性沒有改變：



以下哪個/哪些是平面圖？



- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. 只有 (i) 和 (ii)
- D. 只有 (i) 和 (iii)

(Questions 11-12)

11. 小詩寫了一個程序去把一 5000 個元素的陣列按遞增次序排列。

**Pascal 版本**

```
for i:=0 to 4999 do
  for j :=0 to 4998 do
    if a[j]>a[j+1] then
      swap(a[j],a[j+1]);
```

**C 版本**

```
for (i=0; i<5000; i++)
  for (j=0; j<4999; j++)
    if (a[j]>a[j+1])
      swap(a[j],a[j+1]);
```

小明聲稱她的程序效率不足。他對  $j$  的初始值作出更改。

**Pascal 版本**

```
for i:=0 to 4999 do
  for j :=___?___ to 4998 do
    if a[j]>a[j+1] then
      swap(a[j],a[j+1]);
```

**C 版本**

```
for (i=0; i<5000; i++)
  for (j=___?___; j<4999; j++)
    if (a[j]>a[j+1])
      swap(a[j],a[j+1]);
```

空格中應該填上以下哪項，使得程序為正確且運行最少時間？假設最後的元素不是最小的元素。

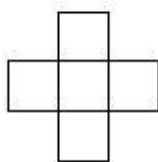
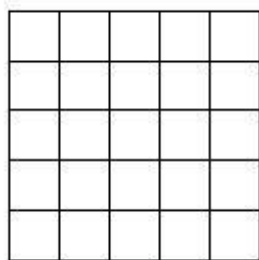
- A. 1  
B. i  
C. i+1  
D. i\*2
12. 設比較佔據一個程序的大部份運行時間。如果小詩的程序需要 1 秒來運行，那麼小明的優化且正確的程序需要多長時間運行？
- A. 0.1 秒  
B. 0.5 秒  
C. 1 秒  
D. 2 秒
13. 設  $A[0..50]$  為一整數陣列。我們把  $A[]$  內元素的次序掉轉得到  $B[]$ 。以下哪項敘述為**不正確**？
- A.  $A[25]$  等於  $B[25]$ 。  
B. 如果  $A[10]<A[20]$ ,那麼  $B[30]>B[40]$ 。  
C.  $A[15]$  至  $A[30]$  之和等於  $B[20]$  至  $B[35]$  之和。  
D. 如果  $A[40]$  為  $A$  中最大的元素，那麼  $B[40]$  為  $B$  中最小的元素。
14. 小詩從 1 至 10 中(包括 1 和 10)選出 2 個連續整數(例如 2 和 3)。小明嘗試猜中其中一個整數。每次猜完一個數字，小詩就報告他的數字是太小、太大，還是剛好等於她選的其中一個數。那麼小明最少要猜多少次才能確保他猜到小詩選的其中一個數字？
- A. 2  
B. 3  
C. 4  
D. 6
15. 你有一條寫有一些數位的紙條。你希望把紙條切成幾段，每段均有一些數位組成一個整數，使得各段紙條上的整數之和可被 10 整除。有多少種符合條件的切法？注意，前導零是不允許的。你可以選擇不切開紙條。

5490760
---------

例如  $5490 + 760 = 6250$  能被 10 整除。

- A. 5
- B. 6
- C. 7
- D. 8

16. 最少需要多少塊 '+' 形的板塊才能覆蓋一塊  $5 \times 5$  的板的每一格? ('+' 形板塊可以互相重疊或出界)



'+' 形板塊

- A. 6
  - B. 7
  - C. 8
  - D. 9
17. 有  $0, 1, 2, 3, \dots, 9$  一共 10 張卡，現在其中一張卡被秘密地取走了。下列哪項/哪些資料能充份顯示被取走的卡為何?
- (i) 餘下的數字之和的個位數字。
  - (ii) 餘下的數字之積的個位數字。
  - (iii) 把餘下的數字進行按位「或」的結果
  - (iv) 把餘下的數字進行按位「異或」的結果
- A. 只有 (i), (iii) 和 (iv)
  - B. 只有 (i), (ii) 和 (iii)
  - C. 只有 (ii) 和 (iii)
  - D. 只有 (i) 和 (iv)
18. 小詩聲稱對於所有不少於  $y$  的正整數  $x$ ，她可以只用三元硬幣和七元硬幣去付剛好  $x$  元。 $y$  的最小值是甚麼?
- A. 12
  - B. 15
  - C. 21
  - D. 24
19. 在一足球錦標賽中，每隊會與其他隊伍對賽剛好一次。每場比賽都會有一個勝方(沒有打和)，如果沒有其他隊伍比一隊隊伍贏得更多比賽，我們會稱該隊為冠軍。
- 今年有 5 隊參與錦標賽，小強的隊伍得到冠軍，那麼小強的隊伍最少贏了多少場比賽?
- A. 2
  - B. 3
  - C. 4
  - D. 5

20. 設小明的王國有  $n$  個島嶼。每道橋連接兩個島。最少需要多少道橋使得對於所有的島嶼對，都可以用最多兩道橋由一個島走到另一個島？你可假設所有橋都是雙向的。
- A.  $n-1$   
 B.  $n$   
 C.  $n+1$   
 D.  $2n$

21. 把十進制中的  $1, 2, \dots, 100$  寫作 2 進制，當中有多少個數字的二進制表達方式中 '1' 的數目為偶數？
- A. 49  
 B. 50  
 C. 51  
 D. 52

22. 下列哪項敘述不一定正確？

- A. 如果整數  $x$  可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數，則  $x^2$  可以正確地儲存在 64 位元有符號的整數。
- B. 如果正整數  $x$  可以正確地儲存在 64 位元有符號的整數，則  $\sqrt{x}$  可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數。
- C. 如果正整數  $x$  可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數，則  $2x$  可以正確地儲存在 32 位元無符號的整數。
- D. 如果正整數  $x$  可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數，則  $2x^2$  可以正確地儲存在 64 位元無符號的整數。

23. 考慮下列對未知整  $a, b$  和  $c$  的 4 項敘述。

- (i).  $a > b$   
 (ii).  $b > c$   
 (iii).  $a > c$   
 (iv).  $c \geq a$

- 以下哪項敘述不一定正確？

- A. 敘述 (i), (ii) 和 (iii) 中至少一項是正確的。  
 B. 敘述 (i), (ii) 和 (iv) 中至少一項是正確的。  
 C. 敘述 (i), (ii) 和 (iv) 中至少一項是錯誤的。  
 D. 敘述 (i), (iii) 和 (iv) 中至少一項是錯誤的。

24. 細閱下列程序段。輸出中多少行有剛好 5 個”#”？

**Pascal 版本**

```
for i:=1 to 10 do
begin
  writeln('#');
  for j:=i+1 to 10 do
  begin
    writeln('#'); write('#');
    for k:=j+1 to 10 do
      write('#');
  end;
end;
```

**C 版本**

```
for (i=1;i<=10;++i){
  printf("#\n");
  for (j=i+1;j<=10;++j){
    printf("#\n#");
    for (k=j+1;k<=10;++k)
      printf("#");
  }
}
```

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

25. 在以下數列{3,10,8,9,4,6,7,5,1,2}中，有多少非空連續子數列的數字之和能被 3 整除？  
例如 {3,10,8,9} 和 {7,5}。

- A. 16
- B. 17
- C. 18
- D. 19

**END OF SECTION A**



**乙部 (20 分)**

下列各空格分別命名為 A 至 J，請在答題紙上對應的地方填上答案。  
答對得兩分，答錯不扣分。

**注意：**

- (1) 答案不可以包括 C 語言的 `?:` 運算元。
- (2) 除非適當的函數庫已被引用，否則答案不可以包括任何函數庫內的函數。
- (3) 答題紙上每個小格只可填上一個字符。
- (4) 答案長度不得多於該題提供的小格數目。

1. 你要用 HKOI 文字編輯器，去修改一條只有大楷英文字母的字串。最初，字串會顯示在編輯器上，並且有一個游標標記著字串的首個字符。

此編輯器提供 4 種指令：

指令	意思
m?	把游標標記著的字母以"?"取代。
l	把游標移向其左邊的位置 如果游標已在最左邊，它會停留在最左邊的位置。
r	把游標移向其右邊的位置 如果游標已在最右邊，它會停留在最右邊的位置。
(指令)N	重覆指令 N 次 例如，“(r)3”的意思是把游標向右移六次

在以下的問題和例子中，‘\_’ 為游標的位置。

如果螢幕開始顯示為：

ABCDE

執行指令 "mF (r) 7mZ" 後，螢幕會顯示為：

FBCDZ

寫出適當的指令，以修改下列字串

初始字串：

TCTCTCTCTC

目標字串：

AGAGAGAGAG

指令：     A    

初始字串：

XXXXXXYXY

目標字串：

YYYYYYXYX

指令：     B

2. 小詩實現了一個二分搜尋以找出目標數字在陣列  $a[] = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$  ( $a[0] \dots a[11]$ ) 的位置。但是，小詩發現程序不能輸出正確的位置。

重新編寫標記有標記“#”的語句使得程序正確。你可以假設目標數字的位置在 1 至 10 之間(包括 1 至 10)。

#### Pascal 版本

```

left:=1;
right:=10;
while left<right do
begin
    mid:=(left+right) div 2; // #
    if a[mid] > target then
        right := mid-1
    else
        left := mid;
end;
writeln(left);

```

#### C 版本

```

left = 1;
right = 10;
while (left < right){
    mid = ( left + right ) / 2; /* # */
    if (a[mid] > target)
        right = mid - 1;
    else
        left = mid;
}
printf("%d\n", left);

```

#:     **C**    

3. 一把正常的尺子會有整數刻度，由 0 至尺子的長度。但是，有些尺子會少了部份刻度但你仍然能夠用它來量度 1 至尺子長度間的任何整數長度。我們會稱這種尺子為「稀疏尺子」。其中一把長度為 6 的稀疏尺子如下：



你能用尺子量度 1 至 6 之間任何整數的長度，例如，你可以用 4 與 6 之間的空間來量度而得到長度 2，以 1 至 6 之間的空間來量度而得到長度 5 等等。

製作一把長度為 9、最多只有 5 個整數刻度的稀疏尺子。

    **D**    

製作一把長度為 13、最多只有 6 個整數刻度的稀疏尺子。

    **E**    

4. 陣列  $A[n]$  ( $A[0] \dots A[n-1]$ ) 的倒轉數目定義為有多少對  $(i,j)$ ， $0 \leq i < j < n$ ，使得  $A[i] > A[j]$ 。

小詩寫了以下程序段去數陣列  $A$  的倒轉數目， $A$  的元素為 1 至 1001 間的整數。程序會輸出陣列  $A$  的倒轉數目，你可以幫小詩完成以下程序嗎？

**Pascal 版本**

```

sum:=0;
for i:=0 to n-1 do
  vis[i]:=0;
for i:=1001 downto 1 do
begin
  for j:=n-1 downto 0 do
  begin
    if (     F1     ) then
    begin
      for k:=0 to j-1 do
        sum:=sum+vis[k];
            F2    ;
      end;
    end;
  end;
end;
writeln(sum);

```

**C 版本**

```

sum=0;
for (i=0;i<n;i++)
  vis[i]=0;
for (i=1001;i>=1;i--){
  for (j=n-1;j>=0;j--){
    if (     F1     ){
      for (k=0;k<j;k++)
        sum=sum+vis[k];
          F2    ;
    }
  }
}
printf("%d\n",sum);

```

5. 小詩寫了以下程序去計算整數  $n$  的質因子數量,  $n$  為 2 至 1001 其中一個整數(包括 2 和 1001)。例如,  $12=2^2 \times 3$ , 因此 12 有 2 個質因子。可是, 小明聲稱她的程序有錯誤。請列出一個合法的輸入使得他的程序輸出錯誤的結果。

輸入:  $n$

輸出:  $n$  的質因子數目

**Pascal 版本**

```

ans:=1;
readln(n);
i:=2;
while i*i<=n do
begin
  if n mod i=0 then
  begin
    ans:=ans+1;
    while (n mod i=0) do
      n:=n div i;
    end;
    i:=i+1;
  end;
end;
writeln(ans);

```

**C 版本**

```

ans=1;
scanf("%d",&n);
for (int i=2;i*i<=n;i++){
  if (n%i==0){
    ans++;
    while (n%i==0) n/=i;
  }
}
printf("%d\n",ans);

```

$n =$      **G**    

6.  $A[]$  為一整數陣列, 小詩寫了一個程序去找  $A[]$  中最大和第二大的元素( $A$  以不遞升次序排列好時的  $A[0]$  和  $A[1]$ ), 而該程序並不會對  $A[]$  進行排序, 可是, 小明聲稱她的程序並不正確, 你可以列出有 5 個元素的陣列  $A$ , 使得她的程序會給出一個錯誤的輸出嗎?

輸出: 最大和第二大的元素。

**Pascal 版本**

```

max1:=-1;
max2:=-1;
for i := 0 to 4 do
begin
  if (A[i]>max2) and (A[i]<max1)
  then max2:=A[i]
  else if A[i]>max1 then begin
    max2:=max1;
    max1:=A[i];
  end;
end;
writeln(max1, ' ', max2);

```

**C 版本**

```

max1=-1;
max2=-1;
for (i=0;i<5;i++){
  if (A[i]>max2&&A[i]<max1)
max2=A[i];
  else if (A[i]>max1){
    max2=max1;
    max1=A[i];
  }
}
printf("%d %d\n",max1,max2);

```

所需陣列： \_\_\_\_\_ (H)

7. 細閱以下程序段。假設變量 a 被宣告為一個 32 位元整數，且用家對 a 的輸入必為正數。

**Pascal 版本**

```

readln(a);
writeln(a);
if (a>=100) then
begin
  if ( _____ I1 _____ ) then
    write(a div 100)
  else
    write( _____ I2 _____ );
end;
writeln(a mod 100);

```

**C 版本**

```

scanf("%d",&a);
printf("%d\n",a);
if (a>=100){
  if( _____ I1 _____ )
    printf("%d", a / 100);
  else
    printf("%d", _____ I2 _____ );
}
printf("%d\n", a % 100);

```

完成以上程序段使得該兩行輸出相同。

8. 現有 3 整數陣列， a[5], b[5], c[5] (Pascal 中的 a[0..4], b[0..4], c[0..4]):

```

a[5] = {1,0,4,2,3}
b[5] = {0,4,2,3,1}
c[5] = {4,2,3,1,0}

```

以下程序段的輸出是甚麼？

**Pascal 版本**

```

ans:=0;
for i:=0 to 4 do
  for j:=0 to 4 do
    for k:=0 to 4 do

ans:=ans+a[b[i]]+b[c[j]]+c[a[k]];
writeln(ans);

```

**C 版本**

```

ans=0;
for (i=0; i<5; i++)
  for (j=0; j<5; j++)
    for (k=0; k<5; k++)

ans+=a[b[i]]+b[c[j]]+c[a[k]];
printf("%d\n",ans)

```

J: \_\_\_\_\_

全卷完