

下列程序段中，所有未有列出宣告 (declaration) 的變量，均假設已經適當地宣告；而整數 (integer/int) 及長整數 (longint/long) 則分別為 16 位元及 32 位元有符號的整數。假設所有程序都正確地編譯，且沒有使用任何編譯器選項 (除 C 程序的"-o"選擇外)。

符號

對於任何實數 x ，

- (1) $\lfloor x \rfloor$ 表示不大於 x 的最大整數；
- (2) $\lceil x \rceil$ 表示不小於 x 的最小整數；
- (3) $|x|$ 表示 x 的絕對值。

對於非負整數 n ，它的階乘 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$ ；且 $0! = 1$ 。

真值表

a	b	a XOR b	a XNOR b
F	F	F	T
F	T	T	F
T	F	T	F
T	T	F	T

甲部 (25 分)

請為下列每題各選一個最適合的答案，然後把答案的字母 (A、B、C 或 D) 寫到答題紙對應的空格中。答對得一分，答錯不扣分。

1. 最少需要多少次握手才能讓 100 個人都握手至少一次？

- A. 5050
- B. 4950
- C. 100
- D. 50

2. 兩點 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的歐氏距離為 $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

兩點 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的曼哈頓距離為 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

以下哪項/哪些有關這兩種距離敘述一定**正確**？

- (i) 對於一個三角形 ABC，A 與 B 的歐氏距離加上 B 與 C 的歐氏距離，得出的和大於 A 與 C 的歐氏距離。
- (ii) 對於一個三角形 ABC，A 與 B 的曼哈頓距離加上 B 與 C 的曼哈頓距離，得出的和大於 A 與 C 的曼哈頓距離。
(假設 A, B 與 C 並不在同一條直線上。)

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. (i) 和 (ii)
- D. 以上皆否

3. 已知 x 是一個 3 位正整數。下列哪一項有關 x 的敘述一定**正確**？

- (i) x^2 是一個 5 位數。
- (ii) 如果 $x=y^2$ ，則 y 是 2 位數。

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. (i) 和 (ii)
- D. 以上皆否

4. 下列程序的輸出是甚麼？

Pascal 版本

```
var
i,j:integer;
  a:array[1..16] of boolean;
begin
  for i:=1 to 16 do a[i]:=false;
  for i:=1 to 16 do
  begin
    j:=i;
    while j<=16 do
    begin
      a[j]:=not a[j];
      j:=j+i;
    end;
  end;
  writeln(a[8], ' ',a[16]);
end.
```

- A. TRUE TRUE
- B. TRUE FALSE
- C. FALSE TRUE
- D. FALSE FALSE

C 版本

```
#include <stdio.h>
int i,j,a[17];
int main(){
  for (i=1;i<=16;i++) a[i]=0;
  for (i=1;i<=16;i++){
    j=i;
    while (j<=16){
      a[j]=1-a[j];
      j=j+i;
    }
  }
  printf("%d %d\n",a[8],a[16]);
}
```

- A. 1 1
- B. 1 0
- C. 0 1
- D. 0 0

5. 下列程序的輸出是甚麼？

Pascal 版本

```
a[0]:=1; b[0]:=0;
a[1]:=0; b[1]:=4;
a[2]:=4; b[2]:=2;
a[3]:=2; b[3]:=3;
a[4]:=3; b[4]:=1;
ans := 0;
for i := 0 to 4 do
  for j := 0 to 4 do
    ans := ans+a[b[i]]+b[a[j]];
writeln(ans);
```

- A. 75
- B. 100
- C. 125
- D. 150

C 版本

```
a[0]=1; b[0]=0;
a[1]=0; b[1]=4;
a[2]=4; b[2]=2;
a[3]=2; b[3]=3;
a[4]=3; b[4]=1;
ans=0;
for (i=0; i<5; i++)
  for (j=0; j<5; j++)
    ans+=a[b[i]]+b[a[j]];
printf("%d\n",ans);
```

6. 以下是小詩、小明、小欣之間的對話：

小詩：「小欣在說謊！」

小明：「嗯！小詩說得沒錯！」

小欣：「別相信小明！他在說謊！」

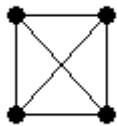
已知三位之中至少有一位是誠實的。
誰人誠實/不誠實？

- | | | | |
|----|------|-----|-----|
| | 小詩 | 小明 | 小欣 |
| A. | 誠實 | 不誠實 | 不誠實 |
| B. | 不誠實 | 誠實 | 不誠實 |
| C. | 不誠實 | 不誠實 | 誠實 |
| D. | 無從判斷 | | |

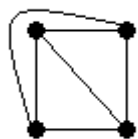
7. 1 至 20 中，有多少對質數之和能被 4 整除？

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13

8. 如果一個圖能夠畫在平面上而沒有相交的邊，我們會稱該圖為一個平面圖。下圖就是平面圖的一個例子。

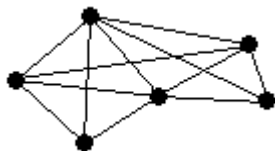


這是因為此圖可以轉化成以下的圖，而各點之間的連接性沒有改變：

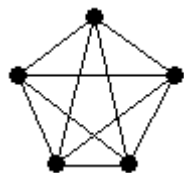


以下哪個/哪些是平面圖？

(i)



(ii)



- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. (i) 和 (ii)
- D. 以上皆否

9. 細閱以下程序段：

Pascal 版本

```
count:=0;
readln(a);
while (a>0) do
begin
  a:=a div 2;
  count := count+1;
end;
writeln(count);
```

C 版本

```
count = 0;
scanf("%d",&a);
while (a>0) {
  a = a / 2;
  count = count + 1;
}
printf("%d\n",count);
```

如果輸出為8，輸入為一個正整數，那麼輸入有多少個可能性？

- A. 8
- B. 16
- C. 128
- D. 256

10. 細閱以下程序段

Pascal 版本

```
for i := 0 to n-1 do
  read(a[i]);
for i := 0 to n-1 do
  a[i]:=a[n-i-1]
for i := 0 to n-1 do
  writeln(a[i]);
```

C 版本

```
for (i=0; i<n; i++)
  scanf("%d",&a[i]);
for (i=0; i<n; i++)
  a[i]=a[n-i-1];
for (i=0; i<n; i++)
  printf("%d",a[i]);
```

當程序的輸入為“20101106”且 $n=8$ 時，程序的輸出是甚麼？

- A. 20101106
- B. 60111106
- C. 20106011
- D. 60110102

11. 小詩寫了一個程序去把一 5000 個元素的陣列按遞增次序排列。

Pascal 版本

```
for i:=0 to 4999 do
  for j :=0 to 4998 do
    if a[j]>a[j+1] then
      swap(a[j],a[j+1]);
```

C 版本

```
for (i=0; i<5000; i++)
  for (j=0; j<4999; j++)
    if (a[j]>a[j+1])
      swap(a[j],a[j+1]);
```

小明聲稱她的程序效率不足。他對 j 的初始值作出更改。

Pascal 版本

```
for i:=0 to 4999 do
  for j := ___?___ to 4998 do
    if a[j]>a[j+1] then
      swap(a[j],a[j+1]);
```

C 版本

```
for (i=0; i<5000; i++)
  for (j= ___?___; j<4999; j++)
    if (a[j]>a[j+1])
      swap(a[j],a[j+1]);
```

空格中應該填上以下哪項，使得程序為正確且運行最少時間？假設最後的元素不是最小的元素。

- A. 1
- B. i
- C. i+1
- D. i*2

12. 設 $A[0..50]$ 為一整數陣列。我們把 $A[]$ 內元素的次序掉轉得到 $B[]$ 。

以下哪項敘述為**不正確**？

- A. $A[25]$ 等於 $B[25]$ 。
- B. 如果 $A[10]<A[20]$,那麼 $B[30]>B[40]$ 。
- C. $A[15]$ 至 $A[30]$ 之和等於 $B[20]$ 至 $B[35]$ 之和。
- D. 如果 $A[40]$ 為 A 中最大的元素，那麼 $B[40]$ 為 B 中最小的元素。

13. 現需要把四本書逐一放進一個盒子。當一本書被放進盒子時，上一本被放置的書會被覆蓋。只有最頂的書本能被取出。若最後需要把書本按此次序取出：物理書、化學書、數學書、電腦書，那麼應該以甚麼次序把書本放進盒子

- A. 物理書 → 化學書 → 數學書 → 電腦書
- B. 電腦書 → 數學書 → 化學書 → 物理書
- C. 化學書 → 電腦書 → 數學書 → 物理書
- D. 數學書 → 物理書 → 化學書 → 電腦書

14. 你有一條寫有一些數位的紙條。你希望把紙條切成幾段，每段均有一些數位組成一個整數，使得各段紙條上的整數之和可被 10 整除。有多少種符合條件的切法？注意，前導零是不允許的。你可以選擇不切開紙條。

540560

例如 $540 + 560 = 1100$ 能被 10 整除。

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

15. 細閱以下程序段：

Pascal 版本

```
readln(a);
while a>0 do
begin
  a:=a div 2;
  writeln(a mod 2);
end;
```

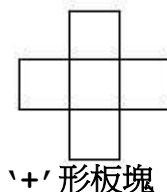
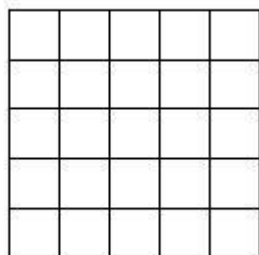
C 版本

```
scanf("%d",&a);
while (a > 0) {
  a = a/2;
  printf("%d",a%2);
}
```

如果程序的輸入為 19，那麼輸出是甚麼？

- A. 11000
- B. 00011
- C. 100101
- D. 10010

16. 最少需要多少塊 '+' 形的板塊才能覆蓋一塊 5×5 的板的每一格？（ '+' 形板塊可以互相重疊或出界）



- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

17. 小詩聲稱對於所有不少於 y 的正整數 x ，她可以只用三元硬幣和七元硬幣去付剛好 x 元。 y 的最小值是甚麼？

- A. 12
- B. 15
- C. 21
- D. 24

18. 小明會溫習課本當且僅當他是獨自一人和是在晚上。而且，如果是在晚上，他會吃朱古力。如果小明不是

- 在吃朱古力，下列哪句句子必為**正確**？
- (i) 他不是溫習課本。
 - (ii) 他不是獨自一人。
 - (iii) 現在不是晚上。

- A. 只有 (i) 和 (ii)
- B. 只有 (i) 和 (iii)
- C. 只有 (ii) 和 (iii)
- D. (i), (ii) 和 (iii)

19. 設小明的王國有 n 個島嶼。每道橋連接兩個島。最少需要多少道橋使得對於所有的島嶼對，都可以用最多兩道橋由一個島走到另一個島？你可假設所有橋都是雙向的。

- A. $n-1$
- B. n
- C. $n+1$
- D. $2n$

20. 設 `Rand(2)` 會傳回 0 或 1，而傳回 0 或 1 的機率均等。

Pascal 版本

```
x := Rand(2);
y := Rand(2);
writeln(x-y);
```

C 版本

```
x = Rand(2);
y = Rand(2);
printf("%d\n", x-y);
```

下列哪項/哪些敘述必為**正確**？

- (i) 輸出是 0。
- (ii) 輸出共有 3 個可能性。
- (iii) 所有輸出的可能性都以均等機率出現。

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. 只有 (ii) 和 (iii)
- D. 以上皆否

21. 下列程序段的輸出是甚麼？

Pascal 版本

```
for i:=1 to 5 do
begin
  for j := 1 to 5 do
  begin
    if abs(i-3)+abs(j-3)<=2 then
      write('*')
    else write('.');
  end;
  writeln;
end;
```

C 版本

```
for (i=1;i<=5;i++){
  for (j=1;j<=5;j++){
    if (abs(i-3)+abs(j-3)<=2)
      printf("*");
    else pritrnf(".");
  }
  printf("\n");
}
```

A.

```
.....
.***.
.***.
.***.
.....
```

B.

```
..*..
.***.
*****
.***.
..*..
```

C.

```
.....
.***.
.*.*.
.***.
.....
```

D.

```
..*..
.*.*.
*...*
.*.*.
..*..
```

22. 現有一組長度為 10 的整數數列 a_1, a_2, \dots, a_{10} , a_1, a_2, \dots, a_{10} 各不相同, 該數列滿足 $a_1 > a_2, a_2 < a_3, a_3 > a_4, \dots, a_8 < a_9, a_9 > a_{10}$. 以下哪項/哪些敘述必為**正確**?

- (i) 如果 $a_1 > a_3$, 則 $a_2 > a_4$.
- (ii) 最少要用 4 次比較才能找出最大的元素
- (iii) a_{10} 是最小的元素

- A. 只有 (i)
- B. 只有 (ii)
- C. 只有 (i) 和 (iii)
- D. 只有 (ii) 和 (iii)

23. 下列哪項敘述**不一定**正確?

- A. 如果整數 x 可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數, 則 x^2 可以正確地儲存在 64 位元有符號的整數。
- B. 如果正整數 x 可以正確地儲存在 64 位元有符號的整數, 則 \sqrt{x} 可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數。
- C. 如果正整數 x 可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數, 則 $2x$ 可以正確地儲存在 32 位元無符號的整數。
- D. 如果正整數 x 可以正確地儲存在 32 位元有符號的整數, 則 $2x^2$ 可以正確地儲存在 64 位元無符號的整數。

24. 現有一長度為 5 的數列: 4 5 3 2 1。你可以交換兩個相鄰的數字, 最少要多少次的交換才能使該數列的數字遞增?

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

25. 在以下數列{3,10,8,9,4,6,7,5}中, 有多少非空連續子數列的數字之和為奇數? 例如, 子數列{8,9}的數字之和為奇數但子數列{4,6,7,5}的數字之和不是奇數。

- A. 20
- B. 21
- C. 22
- D. 23

甲 部 完

乙部 (20 分)

下列各空格分別命名為 A 至 J，請在答題紙上對應的地方填上答案。
答對得兩分，答錯不扣分。

注意：

- (1) 答案不可以包括 C 語言的 ? : 運算元。
- (2) 除非適當的函數庫已被引用，否則答案不可以包括任何函數庫內的函數。
- (3) 答題紙上每個小格只可填上一個字符。
- (4) 答案長度不得多於該題提供的小格數目。

1. 你要用 HKOI 文字編輯器，去修改一條只有大楷英文字母的字串。最初，字串會顯示在編輯器上，並且有一個游標標記著字串的首個字符。

此編輯器提供 4 種指令：

指令	意思
m?	把游標標記著的字母以"?"取代。
l	把游標移向其左邊的位置 如果游標已在最左邊，它會停留在最左邊的位置。
r	把游標移向其右邊的位置 如果游標已在最右邊，它會停留在最右邊的位置。
(指令)N	重覆指令 N 次 例如，“(r)3”的意思是把游標向右移六次

在以下的問題和例子中，‘_’ 為游標的位置。

如果螢幕開始顯示為：

ABCDE

執行指令 "mF (r) 7mZ" 後，螢幕會顯示為：

FBCDZ

寫出適當的指令，以修改下列字串

初始字串：

TCTCTCTCTC

目標字串：

AGAGAGAGAG

指令： A

初始字串：

PQRRRRRRPQRRRRR

目標字串：

ABCCCCCABCCCCA

指令： B

2. 小詩實現了一個二分搜尋以找出目標數字在陣列 $a[] = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ ($a[0] \dots a[11]$) 的位置。但是，小詩發現程序不能輸出正確的位置。

重新編寫標記有標記”#”的語句使得程序正確。你可以假設目標數字的位置在 1 至 10 之間(包括 1 至 10)。

Pascal 版本

```

left:=1;
right:=10;
while left<right do
begin
  mid:=(left+right) div 2; // #
  if a[mid] > target then
    right := mid-1
  else
    left := mid;
end;
writeln(left);

```

C 版本

```

left = 1;
right = 10;
while (left < right){
  mid = ( left + right ) / 2; /* # */
  if (a[mid] > target)
    right = mid - 1;
  else
    left = mid;
}
printf("%d\n", left);

```

#: C

3. 一把正常的尺子會有整數刻度，由 0 至尺子的長度。但是，有些尺子會少了部份刻度但你仍然能夠用它來量度 1 至尺子長度間的任何整數長度。我們會稱這種尺子為「稀疏尺子」。其中一把長度為 6 的稀疏尺子如下：



你能用尺子量度 1 至 6 之間任何整數的長度，例如，你可以用 4 與 6 之間的空間來量度而得到長度 2，以 1 至 6 之間的空間來量度而得到長度 5 等等。

製作一把長度為 9、最多只有 5 個整數刻度的稀疏尺子。

 D

製作一把長度為 13、最多只有 6 個整數刻度的稀疏尺子。

 E

4. 小詩寫了以下程序去計算整數 n 的質因子數量, n 為 2 至 1001 其中一個整數(包括 2 和 1001)。例如, $12=2^2 \times 3$, 因此 12 有 2 個質因子。可是, 小明聲稱她的程序有錯誤。請列出一個合法的輸入使得他的程序輸出錯誤的結果。

輸入: n

輸出: n 的質因子數目

Pascal 版本

```
ans:=1;
readln(n);
i:=2;
while i*i<=n do
begin
  if n mod i=0 then
  begin
    ans:=ans+1;
    while (n mod i=0) do
      n:=n div i;
    end;
    i:=i+1;
  end;
end;
writeln(ans);
```

C 版本

```
ans=1;
scanf("%d",&n);
for (i=2;i*i<=n;i++){
  if (n%i==0){
    ans++;
    while (n%i==0)
      n/=i;
  }
}
printf("%d\n",ans);
```

$n =$ **F**

5. 小詩寫了一個程序去找陣列 $A[]$ 的中位數, $A[]$ 有 n 個元素且 n 是奇數。請幫她完成以下程序段, 並把中位數儲存在變量 med 。

Pascal 版本

```
for i:=1 to n do
begin
  x:=0; y:=0; z:=0;
  for j:=1 to n do
  begin
    if A[j]>A[i] then x:=x+1;
    if A[j]=A[i] then y:=y+1;
    if A[j]<A[i] then z:=z+1;
  end;
  if (    G    ) then med:=A[i];
end;
```

C 版本

```
for (i=1;i<=n;i++){
  x=y=z=0;
  for (j=1;j<=n;j++){
    if (A[j]>A[i]) x++;
    if (A[j]==A[i]) y++;
    if (A[j]<A[i]) z++;
  }
  if (    G    ) med=A[i];
}
```

6. 以下程序段的目標是找出"hkoi"這個字串在長度為 n 的字串變量 `str` 裏出現的次數。例如，當 `str` 是 "hkoiheathkoifinal"時，程序的輸出為"2"。請填充：

Pascal 版本

```

cnt:=0;
found:=0;
for i:=1 to n-1 do
begin
  cnt:=cnt+1;
  if (str[i]='h') and (str[i+1]='k')
  then cnt:=0;
  if (str[i]='o') and (str[i+1]='i')
  then
    if (     H     )
    then found:=found+1;
end;
writeln(found);
    
```

C 版本

```

cnt = 0;
found = 0;
for(i=0; i<n-1; i++){
  cnt++;
  if(str[i]=='h' && str[i+1]=='k')
    cnt = 0;
  if(str[i]=='o' && str[i+1]=='i')
    if(     H     )
      found++;
}
printf("%d\n", found);
    
```

提示：考慮 `str` 為 "ioi" 的情況。

7. 考慮以下函數：

Pascal 版本

```

function f(x:integer):integer;
var
  i, sum, a, b:integer;
begin
  sum:=0;
  a:=     I    ;
  b:=     I    ;
  for i:=1 to x do
    sum:=sum+(a*i) div b;
  f:=sum;
end;
    
```

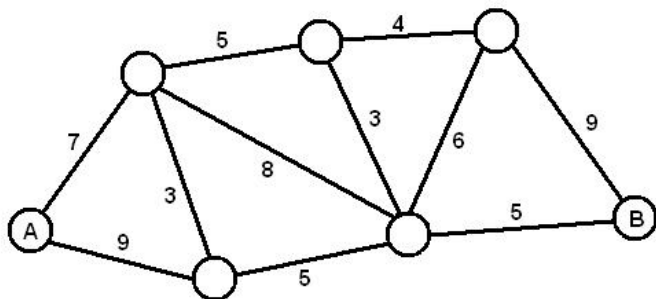
C 版本

```

int f(int x){
  int i, sum = 0;
  int a =     I    ;
  int b =     I    ;
  for (i=1; i<=x; ++i)
    sum+=(a*i)/b;
  return sum;
}
    
```

給出 a 和 b 的數值，使得當函數的參數 x 為 5 時，函數的傳回值為 17。

8. 小詩準備去破壞小明的王國，準確來說，她想破壞一些橋使得島 A 和島 B 不連通。假設圖中寫在邊的旁邊的數字為破壞對應的橋的成本，小詩要達成目標最少要花多少費用？



最小費用 = J

全卷完